# LỜI GIẢI CHI TIẾT

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | B | 2 | C | 3 | B | 4 | B | 5 | C | 6 | A | 7 | B | 8 | C | 9 | B | 10 | A |
| 11 | B | 12 | C | 13 | D | 14 | C | 15 | C | 16 | C | 17 | C | 18 | C | 19 | C | 20 | D |
| 21 | A | 22 | A | 23 | B | 24 | D | 25 | C | 26 | B | 27 | D | 28 | A | 29 | B | 30 | D |
| 31 | A | 32 | A | 33 | D | 34 | D | 35 | A | 36 | C | 37 | D | 38 | C | 39 | B | 40 | B |
| 41 | D | 42 | D | 43 | C | 44 | C | 45 | D | 46 | C | 47 | B | 48 | D | 49 | B | 50 | B |

**Câu 4.1.** Khoảng cách từ $M$ đến $(A'B'C')$ cũng chính là đường cao của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ nên $V_{M.A'B'C'} = V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3}Sh = \frac{V}{3}$. **Chọn B.**

**Câu 4.2.** Ta có $\overrightarrow{n_\alpha} = \overrightarrow{n_\beta}(1;\,2;\,2)$. Suy ra $(\alpha): x + 2y + 2z - 13 = 0$. **Chọn C.**

**Câu 4.3.** Vì $(SAC)$ và $(SBC)$ cùng vuông góc với $(ABCD)$ nên $SC \perp (ABCD)$.

Suy ra $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.SC.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.SC.AB^2$. **Chọn B.**

**Câu 4.4.** Ta có $\overrightarrow{n_\alpha} = \left[\overrightarrow{u_\Delta},\, \overrightarrow{n_\beta}\right] = -4.(1;\,-1;\,0)$. **Chọn B.**

**Câu 4.5.** Ta có $V_n = \pi r^2 h = \pi.r^2.4 = 12\pi \Rightarrow r = \sqrt{3}$. **Chọn C.**

**Câu 4.6.** Ta có $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow \overrightarrow{n_P}(1;\,2;\,-1)$ vuông góc với $\overrightarrow{n_Q}(3;\,-(m+2);\,2m-1)$.

Khi đó $1.3 + 2.(-m-2) - 1.(2m-1) = 0 \Leftrightarrow -4m = 0 \Leftrightarrow m = 0$. **Chọn A.**

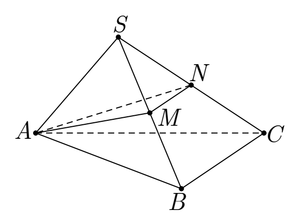
**Câu 4.7.** Xét hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $ABCD$ là hình vuông có diện tích bằng $1$ thì $AB = BC = 1$.

Ta có $S_{ABB'A'} = 3 \Rightarrow AA' = 3$. Suy ra $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 1.1.3 = 3$. **Chọn B.**

**Câu 4.8.** Ta có $4\pi R^2 = 36\pi \Rightarrow R = 3$. Suy ra $V_c = \frac{4}{3}\pi R^3 = 36\pi$. **Chọn C.**

**Câu 4.9.** Ta có tính chất $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM} \Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right) = \frac{1}{2}.(2;\,-2;\,8) = (1;\,-1;\,4)$.

Suy ra $AM = \sqrt{1+1+16} = 3\sqrt{2}$. **Chọn B.**

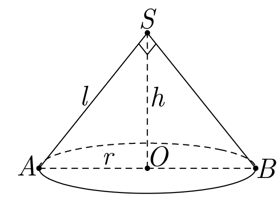



**Câu 4.10.** Ta có $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{AM}{SB}.\frac{SN}{SC} = \frac{1}{4}$.

Suy ra $V_{S.AMN} = \frac{1}{4}V_{S.ABC} = \frac{1}{4}.\frac{1}{6}.SA.SB.SC = \frac{1}{4}.\frac{1}{6}.a.2a.3a = \frac{a^4}{4}$. **Chọn A.**

**Câu 4.11.** Ta có $\overrightarrow{u_{Ox}} = \vec{i}(1;\,0;\,0)$ nên $\overrightarrow{n_\alpha} = \left[\overrightarrow{OA},\, \vec{i}\right] = -1.(0;\,1;\,1) \Rightarrow \left|\vec{n}\right| = \sqrt{0+1+1} = \sqrt{2}$. **Chọn B.**

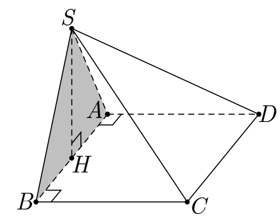
**Câu 4.12.** Thiết diện qua trục là tam giác $SAB$ vuông cân tại $S$. Khi đó $h = r$. Ta có $S_{SAB} = \frac{1}{2}.SO.AB = \frac{1}{2}.h.2r = hr = r^2 = 1 \Rightarrow r = 1$.




Suy ra $V_n = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\pi}{3}$. **Chọn C.**

**Câu 4.13.** Ta có $R = d(I, (\alpha)) = 1$ nên $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 1$. **Chọn D.**

**Câu 4.14.** Từ giả thiết suy ra $AB = 2$. Gọi $H$ là trung điểm của $AB$ thì $SH \perp (ABCD)$. Vì tam giác $SAB$ đều cạnh $2$ nên $SH = 2.\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$. Suy ra $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.\sqrt{3}.4 = \frac{4\sqrt{3}}{3}$. **Chọn C.**




**Câu 4.15.** Ta có $r = 5$, $S_{xq} = \pi r l = 30\pi \Rightarrow l = 6 \Rightarrow h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{11}$.

Suy ra $V_n = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi.5^2.\sqrt{11} = \frac{25\sqrt{11}\pi}{3}$. **Chọn C.**

**Câu 4.16.** Mặt phẳng chứa trục hoành thì phải chứa $2$ điểm $O(0;\, 0;\, 0)$ và $I(1;\, 0;\, 0)$.

Ta thấy $(\beta): 3y - z = 0$ thỏa mãn. **Chọn C.**

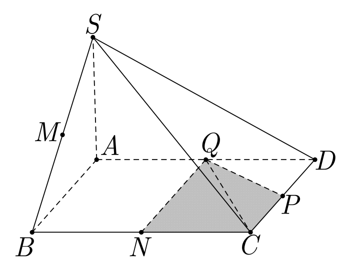
**Câu 4.17.** Ta có $R_{mc} = \sqrt{\frac{h^2}{4} + R^2_{(đáy)}} = \sqrt{\frac{AA'^2}{4} + \left(\frac{BC}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} + \left(\frac{\sqrt{2}a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}a}{2}$. **Chọn C.**

**Câu 4.18.** Điều kiện để $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0\ (*)$ là phương trình mặt cầu: $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$. Dễ thấy PT ở đáp án **A**, **B** là PT mặt cầu (ở đáp án **B** ta chia cả $2$ vế cho $2$).

Xét phương trình ở đáp án **C**: vì $a^2 + b^2 + c^2 - d = 1 + 4 + 4 - 10 < 0$ nên đây không là PT mặt cầu.
**Chọn C.**

**Câu 4.19.** Ta có $S_{PQD} = \frac{1}{2}S_{CQD} = \frac{1}{4}S_{CNQD}$. Suy ra

$$S_{CNQP} = S_{CNQD} - S_{PQD} = S_{CNQD} - \frac{1}{4}S_{CNQD} = \frac{3}{4}S_{CNQD} = \frac{3}{8}S_{ABCD}.$$

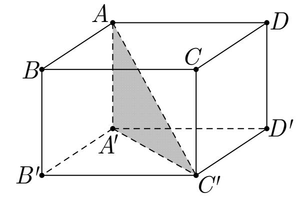



Suy ra $V_{M.CNQP} = \frac{1}{2}V_{S.CNQP} = \frac{1}{2}.\frac{3}{8}.V_{S.ABCD} = \frac{3V}{16}$. **Chọn C.**

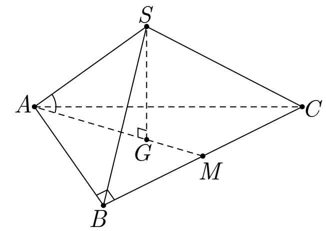
**Câu 4.20.** Hình chiếu của $A(-3;\, 1;\, 2)$ lên $Oy$ là $H(0;\, 1;\, 0)$. Ta có $H$ là trung điểm của $AA'$ nên $A' = 2H - A = (3;\, 1;\, -2)$. **Chọn D.**

**Câu 4.21.** Khi quay tam giác $AA'C'$ quanh trục $AA'$ ta được khối nón có đường cao bằng $h = AA' = a$, bán kính đáy $r = A'C' = \sqrt{2}a$.

Suy ra $S_{tp} = \pi rl + \pi r^2 = \pi.\sqrt{2}a.\sqrt{3}a + \pi\left(\sqrt{2}a\right)^2 = \left(\sqrt{6}+2\right)\pi a^2$. **Chọn A.**




**Câu 4.22.** Gọi $M$ là trung điểm $BC$.

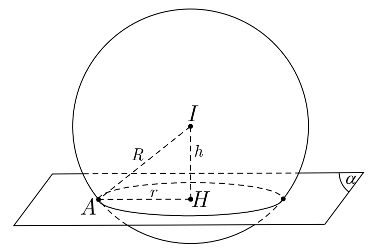



Ta có $AG = \dfrac{2}{3}AM = \dfrac{2}{3}\sqrt{9^2 + \left(\dfrac{9}{2}\right)^2} = 3\sqrt{5}$. Suy ra

$$\tan\widehat{(SA,(ABC))} = \tan\widehat{SAG} = \frac{SG}{AG} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{(SA,(ABC))} = 30^0.$$

**Chọn A.**

**Câu 4.23.** Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(0;3;2-m)$, bán kính $R = \sqrt{0+9+(2-m)^2-4} = \sqrt{m^2-4m+9}$.




Ta có $IH = d(I,(\alpha)) = \dfrac{\left|3+2-m+1\right|}{\sqrt{3}} = \dfrac{\left|6-m\right|}{\sqrt{3}}$.

Gọi $r$ là bán kính đường tròn giao tuyến. Khi đó $\pi r^2 = 3\pi \Rightarrow r = \sqrt{3}$.

Ta có $R^2 = r^2 + h^2 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 9 = 3 + \dfrac{(6-m)^2}{4} \Rightarrow m = \pm 3 \Rightarrow m = 3$ (vì $m > 0$). **Chọn B.**

**Câu 4.24.** Ta có $8\pi = S_{tp} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi r.3r + 2\pi r^2 = 8\pi r^2 \Rightarrow r = 1 \Rightarrow l = h = 3$. **Chọn D.**

**Câu 4.25.** Thiết diện qua trục là tam giác đều nên $l = 2r$.

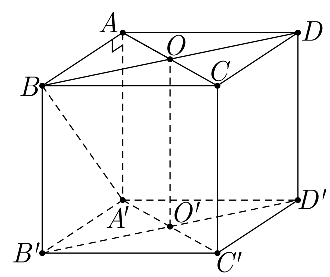
Ta có $2\pi = S_{xq} = \pi rl = \pi.r.2r \Rightarrow r = 1 \Rightarrow l = 2 \Rightarrow h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{3}$. **Chọn C.**

**Câu 4.26.** Ta có $(\alpha)//(\beta) \Rightarrow (\alpha): x + 2y + 2z + m = 0$. Vì $O \notin (\alpha) \Rightarrow m \neq 0$.

Chọn $I(3;0;0) \in (\beta)$. Ta có $d((\beta),(\alpha)) = 1 \Leftrightarrow d(I,(\alpha)) = 1 \Leftrightarrow \dfrac{\left|3+m\right|}{3} = 0 \Rightarrow m = -6$ (vì $m \neq 0$).

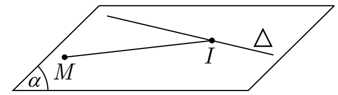
Suy ra $(\alpha): x + 2y + 2z - 6 = 0$ đi qua $N(2;1;1)$. **Chọn B.**

**Câu 4.27.** Ta có $60^0 = \widehat{(A'B,(ABCD))} = \widehat{A'BA}$. Suy ra $AA' = AB\tan 60^0 = \sqrt{3}a$. Gọi $O, O'$ lần lượt là tâm hai mặt đáy $ABCD$, $A'B'C'D'$. Khi đó $OO'//AA'$. Suy ra $OO'$ vuông góc với hai mặt đáy. Dẫn đến $OO' \perp BD, OO' \perp A'C'$. Do đó $OO'$ là đường vuông góc chung của $BD$ và $A'C'$. Suy ra $d(BD, A'C') = OO' = AA' = \sqrt{3}a$.



**Chọn D.**

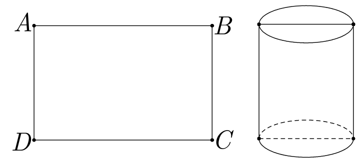
**Câu 4.28.** Đường thẳng $\Delta$ đi qua $I(1;-2;3)$, có $\overrightarrow{u_\Delta}(2;-1;1)$. Suy ra $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{MI},\overrightarrow{u_\Delta}\right]=-3.(1;1;-1)$. Suy ra $(\alpha): x+y-z+4=0$. **Chọn A.**




**Câu 4.29.** Chu vi đáy hình trụ là độ dài $AB$. Do đó

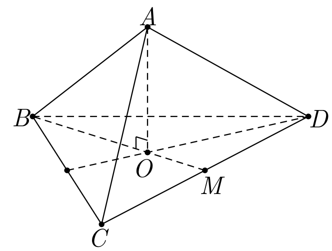
$$2\pi r=8\pi \Rightarrow r=4.$$

Đường cao hình trụ $h=AD=5\pi$. Suy ra $V_{tr}=\pi r^2 h=80\pi^2$. **Chọn B.**




**Câu 4.30.** Xét khối tứ diện $ABCD$ cạnh $a$ có đường cao $AO$. Ta có

$$AO=\sqrt{AB^2-BO^2}=\sqrt{a^2-\left(\frac{\sqrt{3}a}{3}\right)^2}=\frac{\sqrt{6}a}{3}.$$




Suy ra $V_{ABCD}=\frac{1}{3}.AO.S_{ABC}=\frac{1}{3}.\frac{\sqrt{6}a}{3}.\left(\frac{1}{2}.a.a.\sin 60^0\right)=\frac{\sqrt{2}a^3}{12}=9.$

Suy ra $a=3\sqrt{2}$. **Chọn D.**

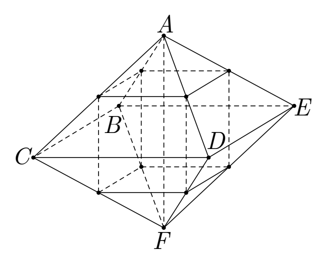
**Câu 4.31.** Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(1;-1;1)$, $R=\sqrt{1+1+1+6}=3$. Bán kính đường tròn giao tuyến bằng bán kính mặt cầu nên $(\alpha)$ đi qua tâm $I$. Suy ra $(\alpha)$ có cặp véctơ chỉ phương là $\overrightarrow{OI}(1;-1;1)$ và $\overrightarrow{u_{Oz}}=\vec{k}(0;0;1)$ nên $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{OI},\vec{k}\right]=-1.(1;1;0)$. **Chọn A.**

**Câu 4.32.** Ta có $I(1;2;-1)\in\Delta$, $\overrightarrow{u_\Delta}(2;1;3)$, $\overrightarrow{u_{Ox}}=\vec{i}(1;0;0)$. Suy ra $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{u_\Delta},\overrightarrow{u_{Ox}}\right]=(0;3;-1)$.

Vì $I\in(\alpha)\Rightarrow(\alpha): 3y-z-7=0$. Do đó $d(O,(\alpha))=\frac{7\sqrt{10}}{10}$. **Chọn A.**

**Câu 4.33.** Khối đa diện cần tính thể tích là khối hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh bằng $\frac{1}{2}CD=\frac{a}{2}$, đường cao bằng

$$\frac{1}{2}AF=\frac{1}{2}\sqrt{AD^2+DF^2}=\frac{\sqrt{2}a}{2}.$$



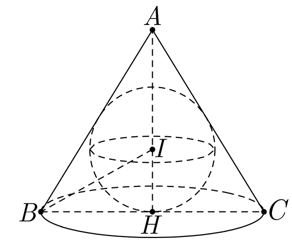

Do đó, thể tích khối hộp này bằng $V=\frac{a}{2}.\frac{a}{2}.\frac{\sqrt{2}a}{2}=\frac{\sqrt{2}a^3}{8}$. **Chọn D.**

**Câu 4.34.** Nhận thấy $\Delta//\Delta'$. Ta có $\Delta$ đi qua $O(0;0;0)$, $\Delta'$ đi qua $I(1;-1;1)$.

Suy ra $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{u_\Delta},\overrightarrow{OI}\right]=-2.(0;1;1)$. **Chọn D.**

**Câu 4.35.** Gọi $H$ là trung điểm $BC$. Ta có $AH=3IH=3r$,

$BH = IH.\cot 30^0 = \sqrt{3}r$. Thể tích khối nón khi quay tam giác $ABC$ quanh $AH$ là $V_n = \frac{1}{3}\pi.BH^2.AH = \frac{1}{3}\pi.3r^2.3r = 3r^3$.




Thể tích khối cầu khi quay hình tròn $(I)$ quanh $AH$ là $V_c = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Thể tích khối tròn xoay cần tính là $V = V_n - V_c = \frac{5\pi r^3}{3}$. **Chọn A.**

**Câu 4.36.** Gọi $B(b;\, 0;\, 0)$, $C(0;\, c;\, 0)$. Khi đó $(\alpha): \frac{x}{b} + \frac{y}{c} + \frac{z}{4} = 1$. Vì $M \in (\alpha)$ nên $\frac{2}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{4}$ (1).

Ta có $S_{OBC} = \frac{1}{2}OB.OC = \frac{1}{2}\left|bc\right| \Rightarrow \left|bc\right| = 2 \Rightarrow b = \frac{2}{c}$ hoặc $b = -\frac{2}{c}$.

$+)$ Thay $b = \frac{2}{c}$ vào (1) ta được $c + \frac{1}{c} = \frac{1}{4}$ (vô nghiệm).

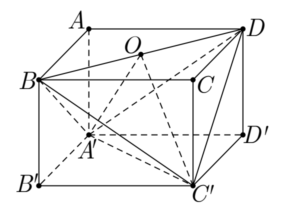
$+)$ Thay $b = -\frac{2}{c}$ vào (1) ta được $c - \frac{1}{c} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow c^2 - \frac{1}{4}c - 1 = 0$ (có 2 nghiệm).

Vậy có hai mặt phẳng thỏa mãn bài toán. **Chọn C.**

**Câu 4.37.** Ta có $V = \frac{1}{3}r^2h = \frac{1}{3}\pi(2r)^2.h' \Rightarrow h' = \frac{1}{4}h$. **Chọn D.**

**Câu 4.38.** Gọi $O$ là trung điểm $BD$. Ta có $A'B = A'D = \sqrt{10}a$. Suy ra $A'O \perp BD$. Tương tự ta có $C'O \perp BD$. Suy ra

$$\widehat{((A'BD),\,(C'BD))} = \widehat{(A'O,\,C'O)}.$$




Ta có $A'O = \sqrt{A'B^2 - BO^2} = \sqrt{10a^2 - 2a^2} = \sqrt{8}a$. Tương tự $C'O = \sqrt{8}a$.

$\Rightarrow \Delta OA'C'$ đều có cạnh bằng $\sqrt{8}a \Rightarrow \widehat{((A'BD),\,(C'BD))} = 60^0$. **Chọn C.**

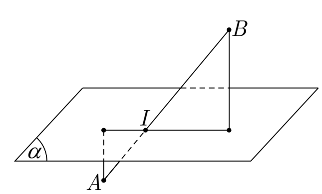
**Câu 4.39.** Vì $(\alpha)$ chứa $\Delta$ nên $\overrightarrow{n_\alpha} \perp \overrightarrow{u_\Delta} \Rightarrow 2 - 2b - c = 0 \Rightarrow c = 2 - 2b \Rightarrow \overrightarrow{n_\alpha}(1;\, b;\, 2-2b)$.

Ta có $\overrightarrow{u_d}(1;\, 0;\, -1)$. Ta có

$$\sin\widehat{((\alpha),\,d))} = \sin 45^0 \Leftrightarrow \frac{\left|1 - 2 + 2b\right|}{\sqrt{2}.\sqrt{1 + b^2 + (2-2b)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$\Leftrightarrow (2b-1)^2 = 1 + b^2 + 4 - 8b + 4b^2 \Leftrightarrow b^2 - 4b + 4 = 0 \Rightarrow b = 2.$$

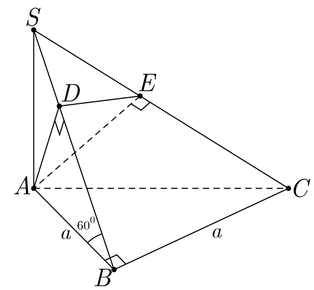
**Chọn B.**

**Câu 4.40.** Ta có $\frac{IB}{IA} = \frac{d(B,\,(\alpha))}{d(A,\,(\alpha))} = 2 \Rightarrow \overrightarrow{IB} = -2\overrightarrow{IA}$. Suy ra



$$\begin{cases} 5 - x_I = -2(1 - x_I) \\ -4 - y_I = -2(2 - y_I) \\ -1 - z_I = -2(3 - z_I) \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{7}{3};\, 0;\, \frac{5}{3}\right) \Rightarrow \overrightarrow{n_\alpha} = \left[\overrightarrow{OI},\, \overrightarrow{u_{Ox}}\right] = \frac{5}{3}(0;\, 1;\, 0).$$

**Chọn B.**



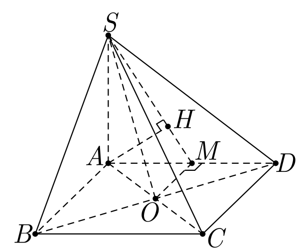

**Câu 4.41.** Ta có $60^0 = \widehat{((SBC),\,(ABC))} = \widehat{SBA} \Rightarrow SA = \sqrt{3}a.$

Vì $SC \perp (\alpha) \Rightarrow SC \perp AD.$ Lại có $BC \perp (SAB)$ nên $BC \perp AD.$ Do đó $AD \perp (SBC) \Rightarrow AD \perp SB.$ Suy ra

$$\frac{SD}{SB} = \frac{SD.SB}{SB^2} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{3a^2}{4a^2} = \frac{3}{4},\ \frac{SE}{SC} = \frac{SE.SC}{SC^2} = \frac{SA^2}{SC^2} = \frac{3a^2}{5a^2} = \frac{3}{5}.$$

Suy ra $\dfrac{V_{S.ADE}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{SD}{SB}.\dfrac{SE}{SC} = \dfrac{9}{20}.$

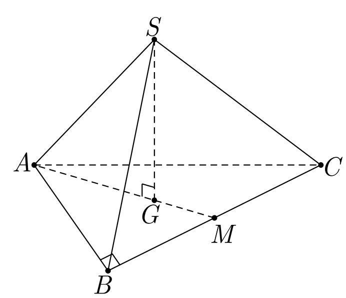
Suy ra $V_{ABCED} = \dfrac{11}{20}V_{S.ABC} = \dfrac{11}{20}.\dfrac{1}{3}.\sqrt{3}a.\dfrac{1}{2}.a.a = \dfrac{11\sqrt{3}a^3}{120}.$ **Chọn D.**




**Câu 4.42.** Vì $SB = SD$ và $\widehat{SBD} = 60^0$ nên $SBD$ là tam giác đều. Suy ra $SO = \dfrac{\sqrt{3}}{2}.BD = \dfrac{\sqrt{6}a}{2} \Rightarrow SA = \sqrt{SO^2 - OA^2} = a.$ Gọi $M$ là trung điểm $AD,$ $H$ là hình chiếu của $A$ lên $SM.$ Ta có

$$d(AB,\, SO) = d(A,\, (SOM)) = AH = \frac{AS.AM}{\sqrt{AS^2 + AM^2}} = \frac{\sqrt{5}a}{5}.$$

**Chọn D.**



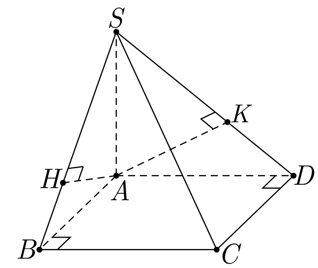

**Câu 4.43.** Ta có

$$\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{BC} = \left(\overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GA}\right).\overrightarrow{BC} = \underbrace{\overrightarrow{SG}.\overrightarrow{BC}}_{0} + \overrightarrow{GA}.\overrightarrow{BC} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}$$
$$= -\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}\right).\overrightarrow{BC} = -\frac{2}{3}.\overrightarrow{BM}.\overrightarrow{BC} = -\frac{2}{3}.\frac{9}{2}.9 = -27.$$

Suy ra $\cos\widehat{(SA,\, BC)} = \dfrac{\left|\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{BC}\right|}{SA.BC} = \dfrac{27}{2\sqrt{15}.9} = \dfrac{\sqrt{15}}{10}.$ **Chọn C.**

**Câu 4.44.** Từ giả thiết suy ra $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = \widehat{ASC} = 90^0$ nên hình chóp $S.ABCD$ nội tiếp mặt cầu đường kính $AC = \sqrt{2}a.$ Suy ra thể tích của khối cầu là $V = \dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{\sqrt{2}a}{2}\right)^3 = \dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}.$ **Chọn C.**

**Câu 4.45.** Gọi $K$ là hình chiếu của $A$ lên $SD$ thì $AK \perp (SCD)$.

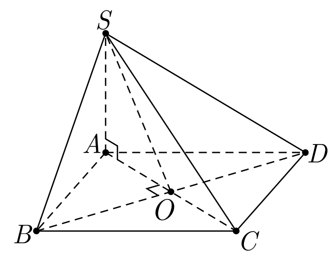



Ta có $\frac{SH}{SB} = \frac{SH.SB}{SB^2} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{4a^2}{5a^2} = \frac{4}{5}$. Suy ra

$$d(H, (SCD)) = \frac{4}{5} d(B, (SCD)) = \frac{4}{5} d(A, (SCD)) = \frac{4}{5} AK.$$

Do đó $d(H, (SCD)) = \frac{4}{5} . \frac{AS.AD}{\sqrt{AS^2 + AD^2}} = \frac{8\sqrt{5}a}{25}$. **Chọn D.**

**Câu 4.46.** Ta có $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow (SBD) \perp (SAC)$. Do đó, hình chiếu vuông góc của đường thẳng $SA$ lên $(SBD)$ là đường thẳng $SO$. Suy ra $\widehat{(SA, (SBD))} = \widehat{(SA, SO)} = \widehat{ASO}$. Để ý $\Delta ABC$ đều.



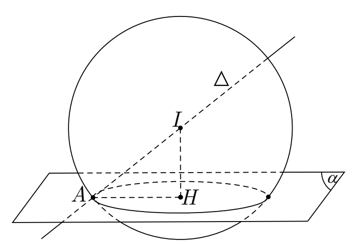

Ta có $\tan \widehat{ASO} = \frac{AO}{AS} = \frac{a}{\sqrt{3}a} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{(SA, (SBD))} = 30^0$. **Chọn C.**

**Câu 4.47.** Ta có $I(t+1;\, t-1;\, -t+2)$, $H(2;\, 2;\, 3)$. Ta có

$$IH \perp \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{IH}.\overrightarrow{u_\Delta} = 0 \Leftrightarrow (1-t) - (3-t) + 2(1+t) = 0 \Rightarrow t = 0 \Rightarrow I(1;\, -1;\, 2).$$

Suy ra $R = IH = \sqrt{11}$. **Chọn B.**

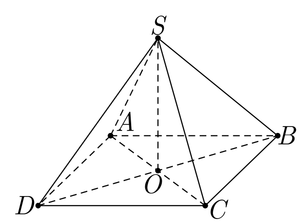
**Câu 4.48.** Gọi $H$ là hình chiếu của $I$ lên $(\alpha)$, $A$ là giao điểm của $\Delta$ và $(\alpha)$. Ta có $HA = \sqrt{5}$. Ta có




$$\sin \widehat{IAH} = \sin \widehat{(\Delta, (\alpha))} = \frac{\left|2+4+3\right|}{3.\sqrt{14}} = \frac{3\sqrt{14}}{14} \Rightarrow \cos \widehat{IAH} = \frac{\sqrt{70}}{14}.$$

Suy ra $R_{(S)} = IA = \frac{AH}{\cos \widehat{IAH}} = \sqrt{14}$. **Chọn D.**

**Câu 4.49.** Gọi $O = AC \cap BD$ thì $SO \perp (ABCD)$. Ta có $d(A, (SBC)) = 2d(O, (SBC)) \Rightarrow d(O, (SBC)) = 1$. Đặt $OB = OC = x$.




Ta có $O.SBC$ là tứ diện vuông tại $O$ nên

$$\frac{1}{\left[d(O, (SBC))\right]^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} \Rightarrow 1 = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2}.$$

Suy ra $OS = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{2}{x^2}}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 2}}$. Dẫn đến $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.SO.(2.OB.OC) = \frac{2}{3}.\frac{x^3}{\sqrt{x^2-2}}$.

Suy ra $\frac{2}{3}.\frac{x^3}{\sqrt{x^2-2}}=2\sqrt{3}\Leftrightarrow x^6=27(x^2-2)\Leftrightarrow (x^2)^3-27.(x^2)+54=0\Rightarrow x^2=3.$

Suy ra $BC=x\sqrt{2}=\sqrt{6}.$ **Chọn B.**

**Câu 4.50.** Gọi $I$ là tâm của $(S)$ thì $I$ thuộc mặt phẳng trung trực của $AB,$ là $(\beta): x+3y+2z-16=0.$

Suy ra $I$ thuộc giao tuyến $\Delta$ của $(\alpha)$ và $(\beta).$ Ta có $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{n_\alpha},\,\overrightarrow{n_\beta}\right]=(1;-1;1).$ Chọn điểm $M(0;-2;11)$ thuộc $\Delta=(\alpha)\cap(\beta).$

Bán kính mặt cầu $(S)$ là $IA\geq d(A,\,\Delta)=\frac{\sqrt{546}}{3}.$ **Chọn B.**