LỜI GIẢI CHI TIẾT

1 B	2 A	3 D	4 B	5 B	6 D	7 B	8 C	9 C	10 A
11 D	12 A	13 B	14 D	15 B	16 B	17 B	18 C	19 B	20 C
21 C	22 B	23 C	24 C	25 A	26 D	27 A	28 A	29 A	30 D
31 B	32 C	33 B	34 C	35 B	36 A	37 A	38 A	39 C	40 C
41 D	42 B	43 C	44 A	45 D	46 A	47 D	48 B	49 B	50 A

Câu 3.1. Ta có $V_{ABC.A'B'C'}=\left(\frac{1}{2}.AB.BC\right).AA'=\frac{1}{2}abc.$ **Chọn B.**

Câu 3.2. Đường kính đáy bằng 8 nên bán kính đáy bằng $4.$ Suy ra $V=\pi 4^2.10=160\pi.$ **Chọn A.**

Câu 3.3. Điểm thuộc (Oxy) có dạng $(x;\, y;\, 0).$ **Chọn D.**

Câu 3.4. Ta có $4\pi R^2=36\pi \Rightarrow R=3\Rightarrow d=6.$ **Chọn B.**

Câu 3.5. Ta có $\overrightarrow{n_{(P)}}=\overrightarrow{u_{\Delta}}(1;\,-1;\,2).$

Suy ra $(P):(x-1)-(y+1)+2(z-2)=0\Leftrightarrow x-y+2z-6=0.$ **Chọn B.**

Câu 3.6. Ta có $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}.(2a)^2.a=\frac{4a^3}{3}.$ **Chọn D.**

Câu 3.7. Ta có $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=(1;\,2;\,1).$ **Chọn B.**

Câu 3.8. Mỗi mặt của hình mười hai mặt đều là ngũ giác đều nên chu vi của mỗi mặt là $3.5=15.$
Chọn C.

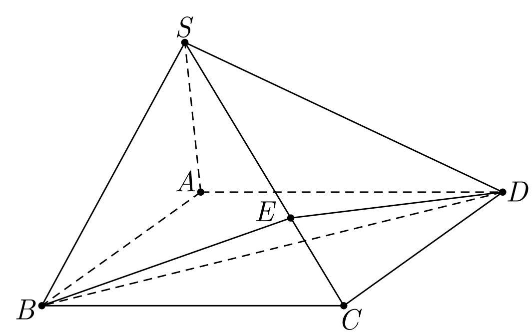
Câu 3.9. Véctơ đơn vị trên trục Oy là $\vec{j}(0;\,1;\,0).$ **Chọn C.**

Câu 3.10. Ta có $\vec{u}\nearrow\nearrow\vec{v}\Leftrightarrow \frac{-1}{m^3}=\frac{2m}{2}=\frac{m}{1}>0\Leftrightarrow m=1$ (lưu ý $m>0$). **Chọn A.**

Câu 3.11. Ta có $\frac{V_{S.EBD}}{V_{S.CBD}}=\frac{SE}{SC}=\frac{2}{3}.$ Suy ra

$$V_{S.EBD}=\frac{2}{3}V_{S.CBD}=\frac{2}{3}.\frac{1}{2}V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.$$

Chọn D.



Câu 3.12. Ta có $R=d(I,\,(Oxz))=\left|y_I\right|=2.$

Phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4.$ **Chọn A.**

Câu 3.13. Ta có $l=2r\Rightarrow h=\sqrt{l^2-r^2}=\sqrt{(2r)^2-r^2}=\sqrt{3}r.$

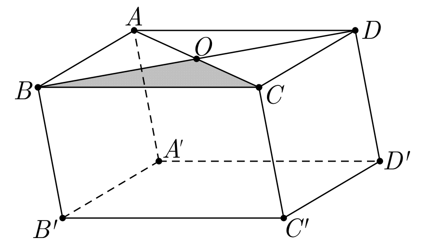
Suy ra $V_n = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi r^2.\sqrt{3}r = \dfrac{\sqrt{3}}{3}\pi \Rightarrow r = 1.$ Diện tích đáy hình nón bằng $\pi r^2 = \pi.$ **Chọn B.**

Câu 3.14. Ta có $\overrightarrow{u_\Delta} \perp \overrightarrow{u_d}(1;\,2;\,1)$ và $\overrightarrow{u_\Delta} \perp \overrightarrow{n_{(Oxy)}}(0;\,0;\,1)$ nên $\overrightarrow{u_\Delta} = \left[\overrightarrow{u_d},\, \overrightarrow{n_{(Oxy)}}\right] = (2;\,-1;\,0).$ **Chọn D.**

Câu 3.15. Ta có

$V_{A'.BCO} = \dfrac{1}{4}V_{A'.ABCD} = \dfrac{1}{4}.\dfrac{1}{3}d(A',\,(ABCD)).S_{ABCD} = \dfrac{1}{4}.\dfrac{1}{3}.12 = 1.$

Chọn B.

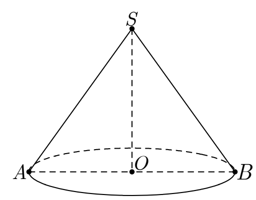


Câu 3.16. Ta có $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{1 + 4 + 4 + m} = 5 \Rightarrow m = 16.$ **Chọn B.**

Câu 3.17. Ta có $\widehat{SAO} = 60^0.$ Suy ra $r = AO = SO.\cot 60^0 = 10.$ Do đó

$$S_{xq} = \pi rl = \pi r\sqrt{h^2 + r^2} = 200\pi.$$

Chọn B.



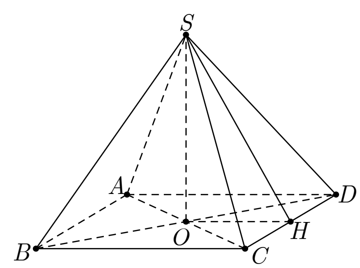
Câu 3.18. Hình chiếu của $A(2;\,-1;\,3)$ lên (Oxz) là $H(2;\,0;\,3).$ Ta có $A' = 2H - A = (2;\,1;\,3).$

Chọn C.

Câu 3.19. Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ thì $SO \perp (ABCD).$ Gọi H là trung điểm $CD.$ Khi đó $\widehat{((SCD),\,(ABCD))} = \widehat{SHO}.$ Ta có

$$\cos\widehat{SHO} = \frac{OH}{SH} = \frac{a}{\sqrt{3a^2 - a^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \widehat{SHO} = 45^0.$$

Chọn B.



Câu 3.20. Ta có $X(1;\,0;\,0),\, Y(0;\,-2;\,0),\, Z(0;\,0;\,3).$ Suy ra $V_{OXYZ} = \dfrac{1}{6}.OX.OY.OZ = \dfrac{1}{6}.1.2.3 = 1.$ **Chọn C.**

Câu 3.21. Ta có ΔABC là hình chiếu vuông góc của ΔMNP lên (ABC) nên

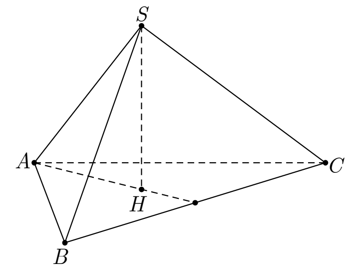
$$\cos\widehat{((ABC),\,(MNP))} = \frac{S_{ABC}}{S_{MNP}} = \frac{\dfrac{1}{2}.a.a.\sin 60^0}{\dfrac{a^2}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{((ABC),\,(MNP))} = 30^0.$$

Chọn C.

Câu 3.22. Ta có $\overrightarrow{u_{Oz}}(0;\,0;\,1),\ \overrightarrow{n_\alpha}(0;\,1;\,1).$ Suy ra $\sin(Oz,\,(\alpha)) = \dfrac{|1|}{1.\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (Oz,\,(\alpha)) = 45^0.$

Chọn B.

Câu 3.23. Gọi H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC thì $SH \perp (ABC)$. Khi đó $\widehat{(SA, (ABC))} = \widehat{SAH}$. Suy ra



$$SH = AH.\tan\widehat{SAH} = \frac{\sqrt{3}a}{3}.\tan\widehat{SAH}.$$

Do đó

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.SH.S_{ABC} = \frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}a}{3}.\tan\widehat{SAH}.\frac{\sqrt{3}a^2}{4} = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$$
$$\Rightarrow \tan\widehat{SAH} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SAH} = 60^0.$$

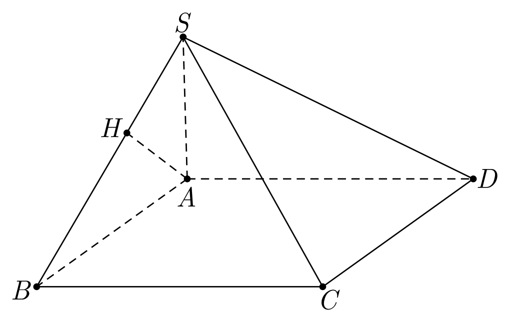
Chọn C.

Câu 3.24. Vì SBC là tam giác vuông tại đỉnh S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) nên $R_{\text{p ËM\#B/x}} = R_{\text{p ËM\#1|}} = \frac{\sqrt{3}a}{3}$ (xem lại phần lý thuyết). **Chọn C.**

Câu 3.26. Ta có $\frac{V_{binh}}{V_{ca}} = \frac{\pi.12^2.3}{\frac{1}{2}.\frac{4}{3}\pi.3^3} = 24$. **Chọn D.**

Câu 3.27. Vì $AD//(SBC)$ nên

$$d(D, (SBC)) = d(A, (SBC)).$$



Kẻ $AH \perp SB$ tại H. Dễ chứng minh $AH \perp (SBC)$.

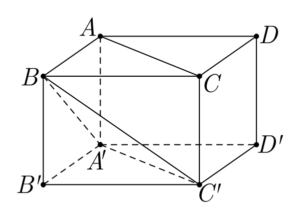
Suy ra

$$d(D, (SBC)) = d(A, (SBC)) = AH = \frac{AS.AB}{\sqrt{AS^2 + AB^2}}$$
$$= \frac{2a.\sqrt{2}a}{\sqrt{4a^2 + 2a^2}} = \frac{2\sqrt{3}a}{3}.$$

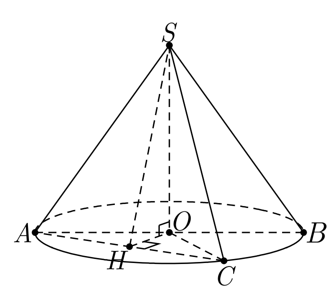
Chọn A.

Câu 3.28. Ta có $\widehat{(AC, A'B)} = \widehat{(A'C', A'B)} = 60^0$ (vì tam giác $A'BC'$ đều).

Chọn A.



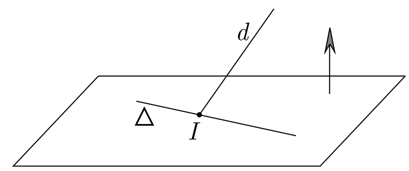
Câu 3.29. Ta có $\widehat{ASB} = 90^0 \Rightarrow SO = \frac{1}{2}AB = \frac{\sqrt{2}a}{2}$. Giả sử thiết diện qua đỉnh là tam giác SAC. Gọi H là trung điểm AC. Khi đó $\widehat{SHO} = 60^0$. Suy ra $SH = \frac{SO}{\sin 60^0} = \frac{\sqrt{6}a}{3}$. Do đó



$$S_{\Delta SAC}=\frac{SH.AC}{2}=\frac{SH.2\sqrt{SA^2-SH^2}}{2}=\frac{\sqrt{6}a}{3}.\sqrt{a^2-\left(\frac{\sqrt{6}a}{3}\right)^2}=\frac{\sqrt{2}a^2}{3}.$$

Chọn A.

Câu 3.30. Ta có

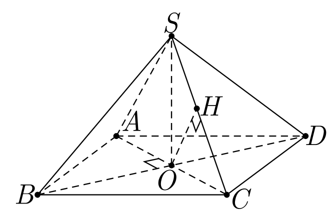


$$\begin{cases}\overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{u_d}\\ \overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{n_\alpha}\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{n_\alpha}\right]=(0;-2;2)=2(0;-1;\ 1).$$

Gọi $I=\Delta\cap(\alpha)$. Khi đó $I(1;1;1)$. Suy ra $\begin{cases}x=1\\ y=1-t\\ z=1+t.\end{cases}$

Chọn D.

Câu 3.31. Gọi $O=AC\cap BD$. Kẻ $OH\perp SC$ tại H. Ta có $BD\perp(SAC)\Rightarrow BD\perp OH$. Do đó OH là đường vuông góc chung của BD và SC. Ta có $OC=\sqrt{2}a,\ SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{3}a.$



Suy ra $d(BD,SC)=OH=\dfrac{OS.OC}{SC}=\dfrac{\sqrt{30}a}{5}$. **Chọn B.**

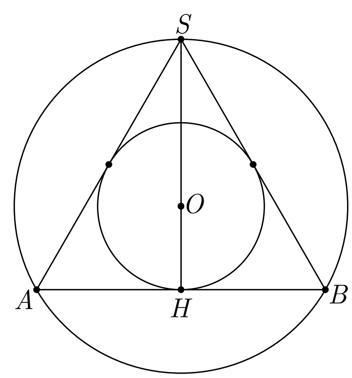
Câu 3.32. Giả sử $\Delta\cap d=I$ thì $I(2t;4t;t+3)$.

Ta có $\overrightarrow{MI}\perp\overrightarrow{u_d}\Rightarrow 2(2t-2)+4(4t-3)+(t+4)=0\Rightarrow t=\dfrac{4}{7}$.

Suy ra $\overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{MI}=\left(-\dfrac{6}{7};-\dfrac{5}{7};\dfrac{32}{7}\right)=-\dfrac{1}{7}(6;5;-32)$. **Chọn C.**

Câu 3.33. Giả sử thiết diện qua trục là tam giác đều SAB và $R,\ r$ lần lượt là bán kính mặt cầu ngoại tiếp, nội tiếp hình nón. Khi đó $\dfrac{R}{r}=\dfrac{OS}{OH}=2.$

Suy ra $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{\frac{4}{3}\pi R^3}{\frac{4}{3}\pi r^3}=\left(\dfrac{R}{r}\right)^3=8$. **Chọn B.**

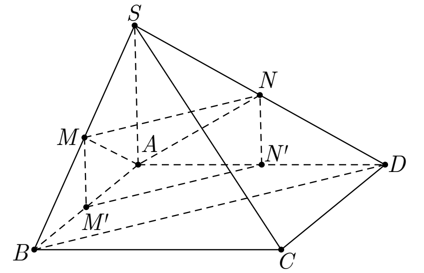


Câu 3.34. Đặt $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+5}{2}=\dfrac{z}{1}=t\Rightarrow\begin{cases}x=3t-1\\ y=2t-5\\ z=t\end{cases}$ thay vào phương trình của d ta được

$$\frac{3t-1}{2}=\frac{2t-5}{-3}=\frac{t}{m}\Rightarrow t=1\Rightarrow m=1.$$

Chọn C.

Câu 3.35. Cách 1. Chiếu vuông góc tam giác AMN xuống mặt phẳng (SBD) ta được tam giác $AM'N'$ với M', N' lần lượt là trung điểm của AB, AD.



Ta có $AM=AN=\frac{\sqrt{2}a}{2}$, $MN=\frac{1}{2}BD=\frac{\sqrt{2}a}{2}$. Suy ra tam giác AMN đều nên $S_{\Delta AMN}=\frac{\sqrt{3}}{4}.\left(\frac{\sqrt{2}a}{2}\right)^2=\frac{\sqrt{3}a^2}{8}$.

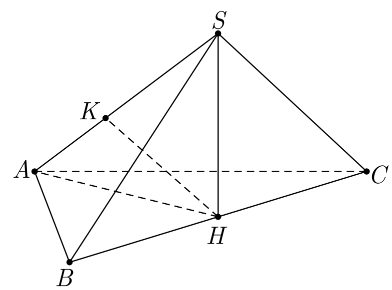
Ta có $S_{\Delta AM'N'}=\frac{1}{2}.\frac{a}{2}.\frac{a}{2}=\frac{a^2}{8}$. Suy ra $\cos\widehat{((AMN),\,(SBD))}=\frac{S_{\Delta AM'N'}}{S_{\Delta AMN}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$. **Chọn B.**

Cách 2. Cho $a=1$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $A\equiv O(0;\,0;\,0)$, $B(1;\,0;\,0)$, $D(0;\,1;\,0)$, $S(0;\,0;\,1)$.

Khi đó $M\left(\frac{1}{2};\,0;\,\frac{1}{2}\right)$, $N\left(0;\,\frac{1}{2};\,\frac{1}{2}\right)$. Ta có $\overrightarrow{n_{(AMN)}}=\left[\overrightarrow{AM},\,\overrightarrow{AN}\right]=-\frac{1}{4}(1;\,1;\,-1)$ và $\overrightarrow{n_{(ABCD)}}=\overrightarrow{AS}(0;\,0;\,1)$.

Suy rả $\cos\widehat{((AMN),\,(ABCD))}=\frac{|1|}{\sqrt{3}.\sqrt{1}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$. **Chọn B.**

Câu 3.36. Gọi H là trung điểm của BC thì $SH\perp(ABC)$.



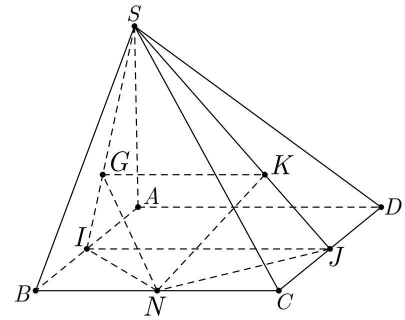
Khi đó $\begin{cases}BC\perp AH\\BC\perp SH\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SHK)$.

Kẻ $HK\perp SA$ thì HK là đường vuông góc chung của SA và BC.

Suy ra $d(BC,\,SA)=HK=\frac{HA.HS}{\sqrt{HA^2+HS^2}}=\frac{\frac{a}{2}.\frac{\sqrt{3}a}{2}}{\sqrt{\frac{a^2}{4}+\frac{3a^2}{4}}}=\frac{\sqrt{3}a}{4}$.

Chọn A.

Câu 3.37. Gọi $I,\ J$ lần lượt là trung điểm của $AB,\ CD.$ Ta có



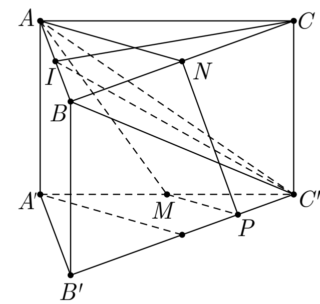
$$\frac{V_{S.GKN}}{V_{S.IJN}} = \frac{SG}{SI}.\frac{SK}{SJ}.\frac{SN}{SN} = \frac{2}{3}.\frac{2}{3}.1 = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow V_{S.GKN} = \frac{4}{9}V_{S.IJN} = \frac{4}{9}.\frac{1}{4}V_{S.ABCD} = \frac{1}{9}V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{27}.$$

(lưu ý $S_{\Delta NIJ} = \frac{1}{2}S_{BCJI} = \frac{1}{4}S_{ABCD}$).

Chọn A.

Câu 3.38. Gọi I là trung điểm $AB.$ Khi đó



$$\widehat{CIC'} = 60^0 \Rightarrow CC' = CI\tan 60^0 = \sqrt{3}a.$$

Mặt phẳng (AMN) cắt $B'C'$ tại P $(MP\ //\ AN).$ Ta có

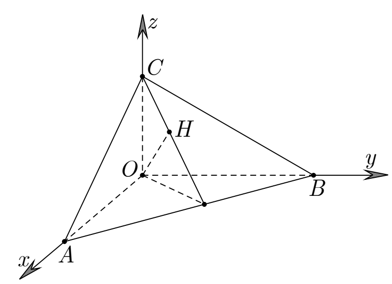
$$S_1 = S_{CAN} = \frac{1}{2}S_{CAB} = \frac{a^2}{2} \text{ và } S_2 = S_{C'MP} = \frac{1}{4}S_{C'A'B'} = \frac{a^2}{8}.$$

Suy ra

$$V_{CAN.C'MP} = \frac{1}{3}\left(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1S_2}\right)CC' = \frac{1}{3}\left(\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{8} + \frac{a^2}{4}\right).\sqrt{3}a = \frac{7\sqrt{3}a^3}{24}.$$

Chọn A.

Câu 3.39. Ta có $OABC$ là tứ diện vuông tại $A.$ Theo một kết quả quen thuộc thì $OH \perp (ABC).$



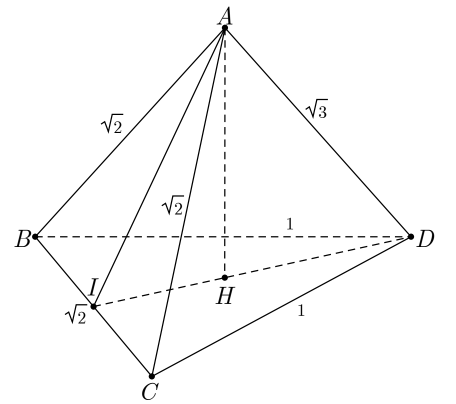
Suy ra $\overrightarrow{u_{OH}} = \overrightarrow{n_{(ABC)}} = \left[\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}\right] = (6;\ 3;\ 2).$ **Chọn C.**

Câu 3.40. Cho hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $A \equiv O(0;\ 0;\ 0),\ B(4;\ 0;\ 0).$ Gọi $M(x;\ y;\ z).$ Ta có

$$MA = 3MB \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 9\left((x-4)^2 + y^2 + z^2\right) \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 9x + 18 = 0.$$

Bán kính của mặt cầu cần tìm là $R = \sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^2 + 0^2 + 0^2 - 18} = \frac{3}{2}.$

Chọn C.



Câu 3.41. Gọi I là trung điểm của BC.

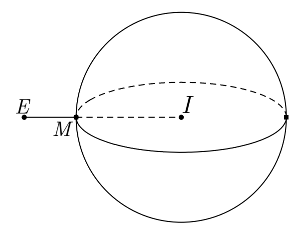
Khi đó $\begin{cases} BC \perp AI \\ BC \perp DI \end{cases} \Rightarrow BC \perp (ADI)$. Kẻ $AH \perp DI$ tại H. Khi đó $AH \perp (BCD)$.

Từ giả thiết ta có ABC là tam giác đều cạnh $\sqrt{2}a$ nên $AI = \dfrac{\sqrt{3}\left(\sqrt{2}a\right)}{2} = \dfrac{\sqrt{6}a}{2}$, tam giác BCD vuông tại D nên $DI = \dfrac{1}{2}BC = \dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. Xét tam giác ADI ta có

$$\cos\widehat{AID} = \frac{IA^2 + ID^2 - AD^2}{2.IA.ID} = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \sin\widehat{AID} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Suy ra $AH = IA.\sin\widehat{AID} = a$. Do đó $V_{ABCD} = \dfrac{1}{3}AH.S_{BCD} = \dfrac{1}{3}.a.\dfrac{a^2}{2} = \dfrac{a^3}{6}$. **Chọn D.**

Câu 3.42. Mặt cầu (S) có tâm $I(4;\,2;\,-1)$. Gọi E là điểm thỏa mãn



$$\overrightarrow{EA} - \overrightarrow{EB} - \overrightarrow{EC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} (5-x) - (3-x) - (2-x) = 0 \\ (8-y) - (5-y) - (1-y) = 0 \\ (-11-z) - (-4-z) - (-6-z) = 0 \end{cases} \Rightarrow E(0;\,-2;\,1).$$

Khi đó

$$\left|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right| = \left|\left(\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EA}\right) - \left(\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EB}\right) - \left(\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EC}\right)\right| = ME.$$

Nhận thấy E nằm ngoài (S). Để ME nhỏ nhất thì M là giao điểm của đoạn thẳng EI với (S).

Suy ra $\overrightarrow{EM} = t\overrightarrow{EI}$ $(0 < t < 1) \Rightarrow \begin{cases} x_M = 4t \\ y_M + 2 = 4t \\ z_M - 1 = -2t \end{cases} \Rightarrow M(4t;\,4t-2;\,-2t+1)$ với $0 < t < 1$.

Thay vào phương trình (S) ta được

$$(4t-4)^2 + (4t-4)^2 + (-2t)^2 = 9 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1/2 \\ t = 23/18 \end{array}\right. \Rightarrow t = \frac{1}{2} \Rightarrow x_M = 2 \text{ (vì } 0 < t < 1).$$

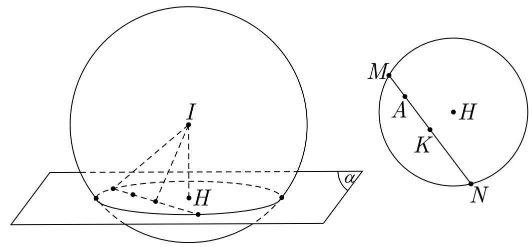
Chọn B.

Câu 3.43. Bán kính của viên viên đá quý (không phải ở chính giữa) là $r' = \dfrac{5-r}{2}$. Tổng thể tích của 7 viên đá quý là $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3 + 6.\dfrac{4}{3}\pi.\left(\dfrac{5-r}{2}\right)^3$. Xét hàm số $y = r^3 + 6\left(\dfrac{5-r}{2}\right)^3$ với $0 < r < 5$.

Sử dụng đạo hàm hoặc Máy tính bỏ túi (chức năng TABLE) thì khi $r \approx 2,33$ cm thì y nhỏ nhất.

Chọn C.

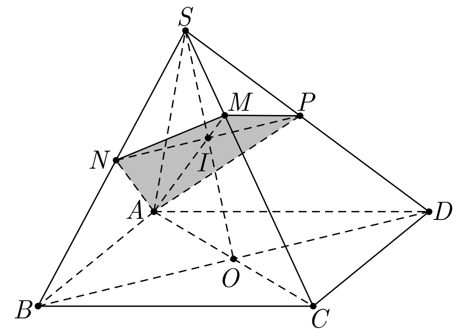
Câu 3.44. Mặt cầu (S) có tâm $I(3;\,2;\,5)$, bán kính $R=6$. Nhận thấy A nằm trong mặt cầu (S). Gọi K là trung điểm MN. Ta có



$$MN = 2MK = 2\sqrt{IM^2 - IK^2}$$
$$= 2\sqrt{R^2 - IK^2} \ge 2\sqrt{R^2 - IA^2} = 2\sqrt{30}.$$

Chọn A.

Câu 3.45. Gọi $O = AC \cap BD$, $I = AM \cap SO$. Khi đó NP đi qua I và song song với BD. Đặt $\dfrac{MC}{MS} = x > 0 \Rightarrow \dfrac{SC}{SM} = x+1$. Ta có



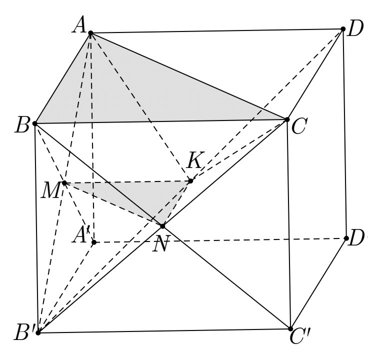
$$\frac{SB}{SM} + \frac{SD}{SP} = 2.\frac{SO}{SI} = \frac{SA}{SA} + \frac{SC}{SM} = 2 + x$$
$$\Rightarrow \frac{SB}{SM} = \frac{SD}{SP} = \frac{x+2}{2}.$$

Ta có $\dfrac{V_{C.ANMP}}{V_{S.ANMP}} = \dfrac{MC}{MS} = x$ và

$$\frac{V_{S.ANMP}}{V_{S.ABCD}} = \frac{\dfrac{SA}{SA} + \dfrac{SB}{SN} + \dfrac{SC}{SM} + \dfrac{SD}{SP}}{4.\dfrac{SA}{SA}.\dfrac{SB}{SN}.\dfrac{SC}{SM}.\dfrac{SD}{SP}} = \frac{1 + \dfrac{x+2}{2} + (x+1) + \dfrac{x+2}{2}}{(x+1)(x+2)^2} = \frac{2}{(x+1)(x+2)}.$$

Suy ra $V_{C.ANMP} = \dfrac{2x}{(x+1)(x+2)}.V_{S.ABCD}$. Sử dụng chức năng CALC của MTBT để thử 4 đáp án ta được $x = \sqrt{2}$ thì $\dfrac{2x}{(x+1)(x+2)}$ lớn nhất. **Chọn D.**

Câu 3.46. Gọi V là thể tích của khối lăng trụ đã cho. Ta có



$$V_{ABCMNK} = V_{B'.ABCD} - V_{K.ACD} - V_{B'.MNK} - V_{N.BB'M}$$
$$= \frac{1}{3}V - \frac{1}{12}V - \frac{1}{48}V - \frac{1}{24}V = \frac{3}{16}V$$
$$= \frac{3}{16}.a.a.\sin 120^0.2a = \frac{3\sqrt{3}a^3}{16}.$$

Chọn A.

Câu 3.47. Giả sử Δ cắt (Oyz) tại $M(0;\,a;\,b)$. Ta có $\overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{u_{Ox}}(1;\,0;\,0)$. Ta có $\overrightarrow{OM}(0;\,a;\,b)$, $\overrightarrow{AM}(1;\,a;\,b-4)$. Suy ra $\left[\overrightarrow{OM},\,\overrightarrow{u_\Delta}\right]=\left(\begin{vmatrix}a&b\\0&0\end{vmatrix},\begin{vmatrix}b&0\\0&1\end{vmatrix},\begin{vmatrix}0&a\\1&0\end{vmatrix}\right)=(0;\,b;\,-a)$.

Do đó $d(\Delta,\,Ox)=d(M,\,Ox)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{OM},\,\overrightarrow{u_{Ox}}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u_{Ox}}\right|}=\sqrt{a^2+b^2}=2\Rightarrow a^2+b^2=4\Rightarrow -2\le b\le 2.$

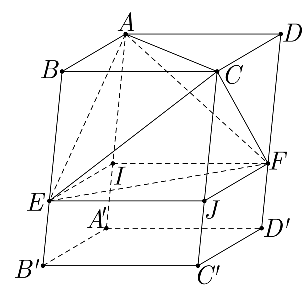
Ta có $\left[\overrightarrow{AM},\,\overrightarrow{u_\Delta}\right]=\left(\begin{vmatrix}a&b-4\\0&0\end{vmatrix},\begin{vmatrix}b-4&1\\0&1\end{vmatrix},\begin{vmatrix}1&a\\1&0\end{vmatrix}\right)=(0;\,b-4;\,-a)$.

Suy ra $d(A,\,\Delta)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AM},\,\overrightarrow{u_\Delta}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u_\Delta}\right|}=\sqrt{a^2+(b-4)^2}=\sqrt{4-b^2+(b-4)^2}=\sqrt{20-8b}\le 6$ (vì $-2\le b\le 2$).

Dấu $"="$ xảy ra khi $b=-2,\,a=0\Rightarrow \Delta:\begin{cases}x=t\\y=0\\z=-2.\end{cases}$

Chọn D.

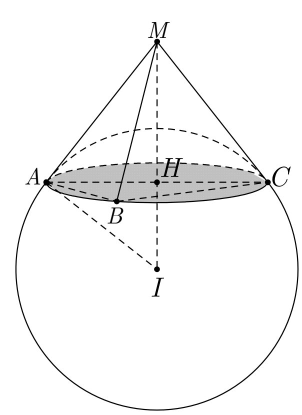
Câu 3.48. Mặt phẳng chứa EF và song song với $(ABCD)$ cắt $AA',\,CC'$ lần lượt tại $I,\,J$. Khi đó $V'=V_{ABCD.IEJF}=\dfrac{2}{3}V$. Ta có



$$\begin{aligned}V_{ACEF}&=V'-(V_{E.BAC}+V_{C.EJF}+V_{F.ACD}+V_{A.IEF})=V'-4.\frac{1}{6}V'\\&=\frac{1}{3}V'=\frac{2}{9}V.\end{aligned}$$

Chọn B.

Câu 3.49. Mặt cầu (S) có tâm $I(1;\,2;\,-3)$, bán kính $R=3\sqrt{3}$.



Đặt $MA=MB=MC=x$ thì $AB=x,\ BC=\sqrt{2}x,\,CA=\sqrt{3}x$ nên tam giác ABC vuông tại B. Khi đó trung điểm H của AC là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Suy ra $M,\,H,\,I$ thẳng hàng.

Áp dụng hệ thức lượng cho tam giác vuông MAI ta có

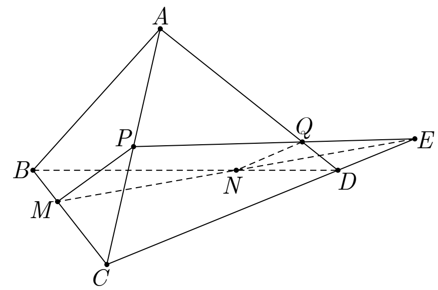
$$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AM^2}+\frac{1}{AI^2}\Rightarrow\frac{4}{3x^2}=\frac{1}{x^2}+\frac{1}{27}\Rightarrow\frac{1}{3x^2}=\frac{1}{27}\Rightarrow x=3.$$

Suy ra $IM=\sqrt{AM^2+AI^2}=6$. Vì $M\in d\Rightarrow M(t-1;\,t-2;\,t+1)$.

Suy ra $(t-2)^2+(t-4)^2+(t+4)^2=36 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=4\,/\,3. \end{array}\right.$

Vì $x_M<0 \Rightarrow t=0 \Rightarrow y_M=-2$. **Chọn B.**

Câu 3.50. MN cắt CD tại E, EP cắt AD tại Q. Sử dụng định lý Menelaus (hoặc kẻ song song để dùng định lý Talet) ta tính được $\dfrac{ED}{EC}=\dfrac{1}{4},\ \dfrac{EN}{EM}=\dfrac{1}{2},\ \dfrac{EQ}{EP}=\dfrac{2}{5}.$



Suy ra $\dfrac{V_{E.NDQ}}{V_{E.MCP}}=\dfrac{1}{4}.\dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{5}=\dfrac{1}{20} \Rightarrow V_{NQDMPC}=\dfrac{19}{20}V_{E.MPC}.$

Lại có $V_{E.MPC}=\dfrac{4}{3}V_{D.MPC}=\dfrac{4}{3}.\dfrac{2}{3}.\dfrac{1}{2}V_{D.ABC}=\dfrac{4}{9}V_{D.ABC}=\dfrac{4}{9}V.$

Suy ra $V_{NQDMPC}=\dfrac{19}{20}V_{E.MPC}=\dfrac{19}{20}.\dfrac{4}{9}V=\dfrac{19}{45}V.$ Suy ra tỉ số thể tích hai phần là $\dfrac{19}{45}:\left(1-\dfrac{19}{45}\right)=\dfrac{19}{26}.$

Chọn A.