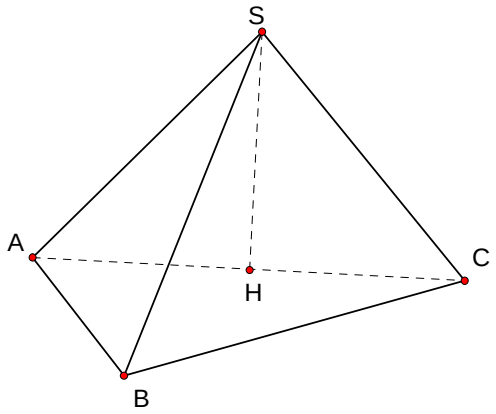
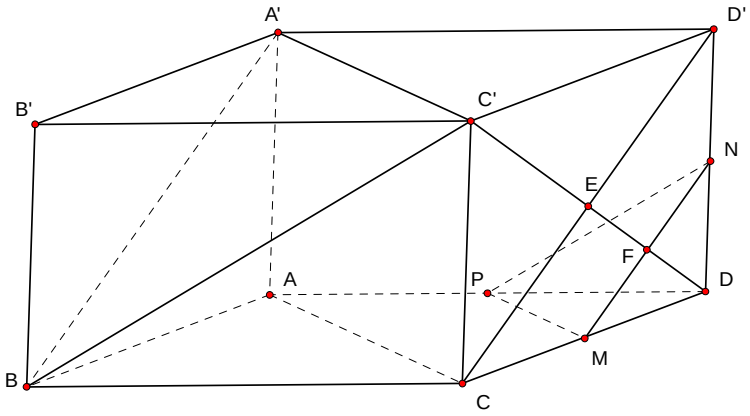
TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH
TRƯỜNG THPT CHUYÊN

ĐÁP ÁN KHẢO SÁT ĐẦU NĂM HỌC 2013-2014
Môn thi: TOÁN – LỚP 12; định hướng khối A
Thời gian làm bài: 120 phút

Câu	Đáp án	Điểm
Câu I (3 điểm)	1 (1 điểm)	
	Khi $m=0$ hàm số trở thành $y=x^3-3x^2+2.$ Ta có $y'=3x^2-6x.$	0,5
	Phương trình tiếp tuyến tại $A(1;0)$ của đồ thị hàm số là $y-0=y'(1)(x-1)$ hay $y=-3x+3$	0,5
	2 (1 điểm)	
	Ta có $y'=3x^2-6x+3m$ Để hàm số có cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'=9(1-m)>0 \Leftrightarrow m<1$ Khi đó hàm số đạt cực trị tại x_1, x_2 là 2 nghiệm phân biệt của phương trình $3x^2-6x+3m=0$. Theo định lý Viet ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=2 \quad (2) \\ x_1.x_2=m \quad (3) \end{cases}$	0,5
	Theo bài ra $2x_1+x_2=5 \quad (4)$ Từ (2) và (4) ta có $x_1=3; x_2=-1$ Thay vào (3) ta có $m=-3$ (thỏa mãn điều kiện). Vậy $m=-3$.	0,5
	3(1 điểm)	
	Ta có $y'=3x^2-6x+3m$ Để hàm số đồng biến trên $(2;+\infty) \Leftrightarrow y'\geq 0, \forall x>2$ $\Leftrightarrow 3x^2-6x+3m\geq 0, \forall x>2$ $\Leftrightarrow x^2-2x+m\geq 0, \forall x>2$ $\Leftrightarrow m\geq -x^2+2x, \forall x>2$	0,5
	Đặt $g(x)=-x^2+2x$ trên $x\in[2;+\infty)$ Ta có $g'(x)=-2x+2$, $g'(x)<0$, $\forall x\geq 2$ Bảng biến thiên $g(x)$ x | 2 | $+\infty$ g' | $-$ g | 0 $\searrow$ $-\infty$ Từ đó để $\Leftrightarrow m\geq g(x), \forall x>2 \Leftrightarrow m\geq 0$. Vậy $m\geq 0$	0,5
Câu II (2 điểm)	1 (1 điểm)	
	Hệ đã cho $\begin{cases} x^2+3xy-4y^2=0 \quad (1) \\ \sqrt{x-1}+\sqrt{y-1}=4 \quad (2) \end{cases}$.	0,5

	Điều kiện $x \ge 1; y \ge 1$. Từ $(1) \Leftrightarrow (x-y)(x+4y)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=y \\ x+4y=0 \end{array}\right.$	
	Với $x=y$ thay vào (2) ta có $2\sqrt{x-1}=4 \Leftrightarrow \sqrt{x-1}=2 \Leftrightarrow x=5 \Rightarrow y=5$ (thỏa mãn) Với $x+4y=0$ đối chiếu với điều kiện, loại. Vậy $(x,y)=\{(5;5)\}$	0,5
	2 (1 điểm)	
	Ta có $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}+\dfrac{6}{\cos^2 3x}$ Chú ý : Nếu chỉ tính đúng một trong hai đạo hàm $\sqrt{x+1}$ hoặc $\tan 3x$ thì được $0,5$ điểm	1,0
Câu III (1 điểm)	1 điểm	
	Trước hết ta có với $x, y \ge 0$ thì $x^3+y^3 \ge \dfrac{(x+y)^3}{4}$ (1) Thật vậy $(1) \Leftrightarrow 4(x^3+y^3) \ge (x+y)^3 \Leftrightarrow x^3+y^3 \ge x^2y+y^2x \Leftrightarrow (x-y)^2(x+y) \ge 0$, điều này luôn đúng. Đặt $x+y+z=a$. Khi đó $4A \ge \dfrac{(x+y)^3+64z^3}{a^3} = \dfrac{(a-z)^3+64z^3}{a^3} = (1-t)^3+64t^3$ (với $t=\dfrac{z}{a}$, $0 \le t \le 1$).	0,5
	Xét hàm số $f(t)=(1-t)^3+64t^3$ với t$\in [0;1]$. Ta có $f'(t)=3\left[64t^2-(1-t)^2\right]$, $f'(t)=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{1}{9} \in [0;1]$ Ta có $f(0)=1; f(1)=64; f\left(\dfrac{1}{9}\right)=\dfrac{64}{81}$ Do đó $\min\limits_{t\in[0;1]} f(t)=\dfrac{64}{81}$, do đó GTNN của A là $\dfrac{16}{81}$ đạt được khi $x=y=4z>0$	0,5
Câu IV (2 điểm)	1 (1 điểm)	
	 Vì *SA= SB =SC*, nên kẻ *SH* vuông góc với đáy tại *H*, thì *H* là tâm tròn ngoại tiếp đáy.	0,5
	Mà tam giác *ABC* vuông tại *B* nên *H* là trung điểm của *AC*	0,5

	Vậy $\begin{cases} SH \perp (ABC) \\ SH \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow (SAC) \perp (ABC)$.	
	2 (1 điểm)	
	Thể tích của khối chóp *SABC* là $V_{SABC} = \frac{1}{3} SH.S_{ABC}$ (1) Với $S_{ABC} = \frac{1}{2} BA.BC = a^2\sqrt{2}$ (2)	0,5
	$AH = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2}\sqrt{BA^2 + BC^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$, $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{2a^2 - \frac{6a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, (3) Từ (1), (2), (3) suy ra $V_{SABC} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{2}}{2}.a^2\sqrt{2} = \frac{a^3}{3}$. Vậy thể tích khối chóp *S.ABC* là $V_{SABC} = \frac{a^3}{3}$.	0,5
Câu V (2 điểm)	1 (1 điểm)	
	Vì tứ diện *B'A'C'B* là tứ diện vuông đỉnh *B'*, nên gọi *d* là khoảng cách từ *B'* đến mặt phẳng *(A'C'B)*, ta có $\frac{1}{d^2} = \frac{1}{B'A'^2} + \frac{1}{B'C'^2} + \frac{1}{B'B^2}$  	0,5
	Hay $\frac{1}{d^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{9}{4a^2}$. Vậy $d = d\left(B', (A'C'B)\right) = \frac{2a}{3}$.	0,5
	2 (1 điểm)	
	Lấy *P* là trung điểm của *AD*, Ta có *A'C' // MP*, suy ra *A'C' // (MNP)* Nên $d\left(A'C', MN\right) = d\left(A'C', (MNP)\right) = d\left(C', (MNP)\right)$ (1)	0,5
	Ta có *DC'* cắt *CD'*, *MN* lần lượt tại *E, F* và có *F* là trung điểm của *DE*, nên *C'F = 3 DF*.	0,5

	Suy ra: $\frac{d\left(C',\left(MNP\right)\right)}{d\left(D,\left(MNP\right)\right)}=\frac{C'F}{DF}=3$ (2) Gọi *h* là khoảng cách từ *D* đến mặt phẳng *(MNP)*, vì tứ diện *DMNP* là tứ diện vuông đỉnh *D*, nên $\frac{1}{h^2}=\frac{1}{DM^2}+\frac{1}{DN^2}+\frac{1}{DP^2}=\frac{9}{a^2}$, Hay $h=d\left(D,\left(MNP\right)\right)=\frac{a}{3}$ (3) Từ (1), (2), (3) suy ra $d\left(A'C',MN\right)=3d\left(D,\left(MNP\right)\right)=a$	